

# Capitolul 1. Modele SPICE

## 1.1 Introducere

Programul cunoscut astăzi sub titlul generic de SPICE a apărut sub forma unui proiect de cercetare la sfârșitul anilor '60 la Universitatea din California, Berkeley. Pentru prima dată a apărut sub denumirea de SPICE1 în 1972, ca rezultat al cercetării unui grup de ingineri, din care a făcut parte și inginerul român Andrei Vladimirescu, sub îndrumarea prof. D. Pederson, la Departamentul de Inginerie Electrică și Știința Calculatoarelor, Berkeley, USA. În 1975 apare SPICE2, care cunoaște astăzi, în diversele sale versiuni, cea mai largă utilizare din lume.

Pachetul de programe SPICE – destinat analizei prin simulare cu ajutorul calculatoarelor a funcționării circuitelor electronice, conținând modele pentru componente și dispozitive de circuit – este capabil să simuleze circuite analogice și digitale, datele de intrare determinând circuitul ce se dorește a fi simulat. Simularea permite utilizatorului să găsească mult mai repede soluția optimă în faza de proiectare. Statutul actual al programului SPICE este acela de *standard*, acceptat pe plan internațional de comunitatea inginerilor electroniști și electricieni.

Denumirea SPICE reprezintă acronimul pentru expresia Simulated Program Integrated Circuit Emphasis. Este un program dedicat simulării circuitelor electronice analogice sau digitale. Este un instrument de bază la firmele de proiectare a Circuitelor Integrate. Simulatorul SPICE adaptat la calculatoare personale (PC) poartă denumirea generică de PSPICE.

Pentru a înțelege necesitatea creării unui program de tipul SPICE-ului, putem porni de la unul dintre cele mai simple exemple.

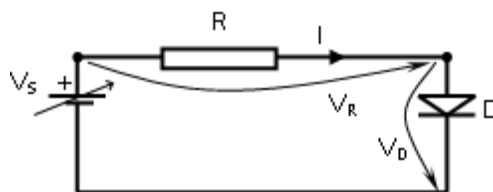


Figura.1.1. Circuit format dintr-o diodă înseriată cu o rezistență.

Circuitul ce conține o diodă  $D$  înseriată cu o rezistență  $R=100\Omega$  și alimentat la o sursă de tensiune continuă,  $V_S$ , ca în figura 1.1 se rezolva analitic, prin metodele de circuite electronice neliniare, cu teorema lui Kirchhoff II:  $V_S=V_D+V_R$ , cuplata cu legea componentei active.

Pentru elementul liniar de circuit  $R$ , se adopta legea lui Ohm,  $V_R=RI$ , iar pentru elementul neliniar reprezentat din dioda  $D$ , format dintr-o joncțiune pn, se adopta o dependență curent-tensiune de tipul:

$$I = I_S \cdot \left[ \exp\left(\frac{qV_D}{nkT}\right) - 1 \right] \quad (1.1)$$

Aici se încheia contribuția inginerului electronist. De acum începea greul, deoarece pentru aflarea curentului trebuia rezolvată următoarea ecuație neliniară:

$$V_S = \frac{nkT}{q} \ln\left(\frac{I}{I_S} + 1\right) + RI$$

(1.2)

De fapt *partea matematică* reprezenta dificultatea problemei. Exista variante iterative prin încercări de rezolvare, sau prin metoda șirului lui Rolle, metodă de asemenea iterativă. Dar metodele iterative sunt cele mai potrivite pentru a fi implementate cu ajutorul unui program, pe calculator. Astfel, s-a impus ideea creării unui software specializat pentru rezolvarea circuitelor electronice.

Odată cu creșterea complexității circuitelor și creșterea numărului de tranzistoare pe cip, analiza circuitului nu a mai putut fi ținută în frâu doar analitic. Trebuie amintit ca pentru a afla un singur Punct Static de Funcționare al unui tranzistor ce făcea parte dintr-un circuit cu 2-3 tranzistoare, nu se putea aplica nici măcar *modelul fundamental Ebers-Moll*, ci un model simplificat, prezentat în fig.1.2, care avea ca parametru de model tensiunea de deschidere a joncțiunii Bază-Emitor,  $V_{BEk} = 0.6V$ , curentul  $I_C$  putând lua orice valoare, de fapt o valoare impusă de rețeaua de polarizare externă.

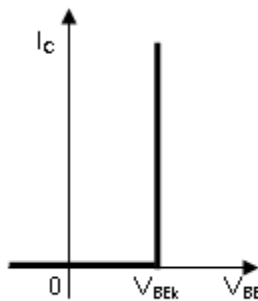


Figura.1.2. Caracteristica de transfer simplificată pentru un tranzistor bipolar.

În plus, se presupunea că toate tranzistoarele lucrează în RAN (regim activ normal). Toate aceste prezumții și simplificări nu erau îndeplinite decât pe circuite mici, simple și binecunoscute. Într-o rețea cu 50...100...1000 de tranzistoare, nu se mai știe dacă tranzistorul al 77-lea este în RAN sau în oricare din celelalte patru regimuri de funcționare. Iată că utilizarea unui model de tip Ebers-Moll, valabil în orice regim se impunea.

Utilizarea modelului Ebers-Moll *doar* în varianta fundamentală, *doar* în regim static și *doar* pentru un circuit cu 2 tranzistoare, dă un sistem nelinier extrem de dificil de rezolvat pe cale analitică. Dacă mai exista în plus peste 1000 de tranzistoare într-un singur circuit și mai avem de studiat un regim dinamic, în care intervin capacitățile joncțiunilor ce impun calcule cu numere complexe, modelul analitic devine impracticabil. Iată cum creșterea densității de integrare pe cip a condus în mod inevitabil la crearea acestui software specializat, care să furnizeze rapid analize de circuit.

## 1.2. Descrierea unui circuit electronic în SPICE

În SPICE, descrierea circuitului se compune dintr-un număr de *declarații de element*. Fiecare declarație de element conține *numele* elementului de circuit, *nodurile* din circuit la care este conectat elementul de circuit respectiv și *valorile* parametrilor care determină caracteristicile electrice ale elementului de circuit.

**Formatul general al unei declarații de element este:**

`Un_ nume nod1 nod2 <nod3 ...> <MODEL_ nume> <valoarea1 ...>`

Primul câmp conține întotdeauna numele elementului. Numele elementului trebuie să înceapă cu o literă care definește tipul elementului, de exemplu: R pentru rezistoare, D pentru diode, Q pentru

tranzistoare bipolare, V pentru surse de tensiune. Cu excepția primei litere, restul numelui elementului poate să conțină atât caractere cât și numere. Câmpurile următoare *nod1*, *nod2*, <*nod3* ...> reprezintă numerele nodurilor la care este conectat elementul. Pentru specificarea nodurilor, în SPICE2 se pot folosi numai cifre; SPICE3 permite și folosirea literelor.

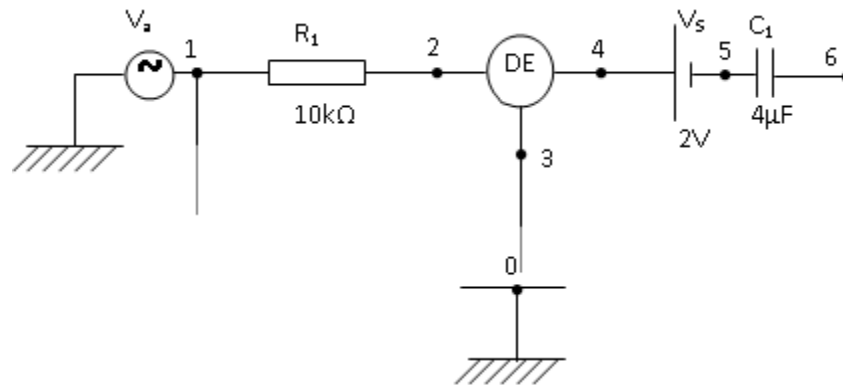
În funcție de tipul lor, elementele de circuit sunt caracterizate printr-o valoare *valoare1* sau un model *MODEL\_ume*, urmate de una sau mai multe valori opționale. Pentru valorile opționale care nu sunt prezente în declarație, SPICE furnizează implicit valoarea 0 sau 1, în funcție de context. Este obligatoriu ca declarația de element să se încheie fie cu o valoare, fie cu un nume de model. Unele elemente, de exemplu tranzistoarele, sunt caracterizate de un număr mare de valori. În acest caz este mult mai comod ca acestea să fie grupate într-o *declarație de model*, apelată în declarația de element prin *numele modelului*, *MODEL\_ume*.

Declarația de *model* permite ca un set de parametri comuni unui număr de elemente să fie specificat numai o singură dată (de exemplu, parametri tuturor tranzistoarelor integrate pe același cip și care au aceeași geometrie). Pentru fiecare *MODEL\_ume* la care se face referire, specificația de circuit trebuie să conțină o declarație *.MODEL*. Declarația *.MODEL* aparține categoriei de *declarații globale*. Formatul general al declarației *.MODEL* este:

*.MODEL MODEL\_ume MODEL\_tip PARAM1=valoare1 PARAM2=valoare2 ...*

unde *punctul* din prima coloană diferențiază declarațiile globale și de control de declarațiile de element. *MODEL\_ume* specifică în mod unic un set de parametri comuni la unul sau mai multe elemente, în timp ce *MODEL\_tip* este unul din cele șapte sau unsprezece tipuri de modele existente în SPICE2, respectiv în SPICE3.

Fiecare din *PARAM1*, *PARAM2*, ... trebuie să fie unul din cuvintele cheie acceptate pentru tipul de model.



**Figura.1.3. Notarea nodurilor unui circuit conținând un dispozitiv electronic DE, ce urmează a fi descris în linii de program SPICE.**

Un ultim tip de declarație necesară în fișierul de intrare SPICE este *declarația de control*. Această declarație specifică tipurile de analize pe care trebuie să le realizeze programul și totodată definește stările inițiale. Toate declarațiile de control încep cu un punct în prima coloană.

Pe scurt, fișierele de intrare SPICE au următoarea structură generală:

\*Declarația de comentariu / Declarația de titlu

Declarații de element

.Declarații globale

.Declarații de control

.END (declarația de sfârșit a fișierului)

Un exemplu:

- se notează nodurile din circuit, cu numere, ca în fig. 1.3.

- se specifică în liniile de program între ce noduri este conectat fiecare element de circuit. Pentru componentele pasive și surse, astfel:
  - Pentru rezistoare:  $R_{\text{nume}} \text{ nod1 nod2 valoare}$ .
  - Pentru condensatoare:  $C_{\text{nume}} \text{ nod1 nod2 valoare}$ .
  - Pentru bobine:  $L_{\text{nume}} \text{ nod1 nod2 valoare}$ .
  - Pentru surse de curent continuu:  $V_{\text{nume}} \text{ nod+ nod- valoare}$ .
  - Pentru surse de curent alternativ:  $V_{\text{nume}} \text{ ac nod1 nod 2 valoarea efectivă frecvența}$ . Exemplu:  $Va 1 0 AC 2mV 1MHz$ .
- pentru dispozitive electronice active (DE) se precizează tipul dispozitivului prin prima literă cu care începe linia (D – dioda, Q – tranzistor bipolar, M – tranzistor MOS, J – tranzistor JFET), apoi numele nodurilor într-o ordine bine definită, apoi codul dispozitivului folosit.
- într-o linie ulterioară de program trebuie precizați parametri de model utilizați pentru dispozitivul ales.
- la sfârșitul descrierii, SPICE-ul “vede” între nodurile 1 și 2 o ecuație matematică (în cazul de față din fig. 1.3, legea lui Ohm:  $I_{1,2} \times R_1 = V_{1,2}$ ), între nodurile 2, 3 și 4 “vede” ecuațiile matematice ce descriu funcționarea dispozitivului electronic (de exemplu modelele Ebers-Moll, Ihanola-Moll, etc).
- programul aplică apoi teoremele lui Kirchhoff I și II în toate nodurile și ochiurile circuitului, alături de care adaugă modelele ce descriu fiecare componentă electronică.
- urmează rezolvarea de către acest software specializat a sistemului de ecuații.

Diversele analize din cadrul acestui simulator, se realizează pe baza unor metode numerice, care implică: introducerea datelor de intrare, formularea ecuațiilor, liniarizarea sistemului obținut, rezolvarea sistemului de ecuații liniare – problemă delicată datorită numărului foarte mare de necunoscute. Trebuie subliniat faptul că dezvoltarea SPICE-ului a fost posibilă printr-o cercetare paralelă continuă, dedicată investigării celor mai precise metode numerice, a limbajului de intrare a datelor, a metodelor de rezolvare a ecuațiilor neliniare, a algoritmilor de integrare numerică, a metodelor algebrice bazate pe utilizarea matricilor rare și a modelării componentelor microelectronice active cu comportament neliniar.

## 1.3. Analiza unui circuit electronic în SPICE

### 1.3.1. Modele fizice, empirice și de fitare

Cu ajutorul sistemului de bază al ecuațiilor fizicii semiconductoarelor se pot deduce modele analitice pentru dispozitivele electronice (spre exemplu modelul caracteristicilor statice). Aceste modele analitice, ce țin cont de fenomenele fizice care au loc în dispozitive și de proprietățile de material ale componentei electronice le numesc *modele fizice*. Sunt cele mai apropiate de realitate și cele mai cerute modele pentru dezvoltatorii de dispozitiv. Au însă dezavantajul complexității analitice mari. Ele sunt folosite pe de o parte pentru înțelegerea funcționării unui dispozitiv, iar pe de altă parte pentru caracterizarea electrică a sa, optimizări. Astfel, din caracteristicile statice se pot extrage curenți de saturație de generare-recombinare și de aici timpii de viață ai purtătorilor din materialul respectiv.

Există ca o soluție de compromis *modelele empirice*, ce se inspiră din modelele fizice, care introduc un număr mult mai restrâns de parametri de model, însă fără o corespondență fizică directă. Se apelează la aceste modele, care au avantajul simplității, atunci când rezolvarea matematică a sistemului de bază devine prea laborioasă. Din acest motiv, pentru programul SPICE se preferă cel mai mult aceste modele empirice. Doar că ele se pot extrage cu acuratețe după ceva experiență în domeniu, sau altfel spus atunci când tratarea teoretică a dispozitivului ajunge la maturitate. Astfel, dacă tranzistorul bipolar, care a fost mai de mult timp studiat (încă de prin anii 1950), este tratat în SPICE cu modele empirice bine fundamentate, nu trebuie să ne surprindă faptul că modelele adoptate pentru tranzistorul MOS sunt mult mai apropiate de cele fizice, având parametri de model în directă legătură cu geometria și proprietățile de material utilizate.

S-a avansat mult pe acest drum în ultimii ani, datorită invaziei masive de programe de simulare a dispozitivelor și circuitelor electronice. Aceste soft-uri au necesitat o masă foarte variată de modele ale dispozitivelor. În această goană contra-cronometru, după modele cât mai simple a unor fenomene fizice din ce în ce mai complexe ce au loc în interiorul dispozitivelor electronice, rezolvarea sistemului de bază a fizicii semiconductoarelor a devenit fie imposibilă, fie prea consumatoare de timp. De aceea, s-au dezvoltat așa numitele *modele de fitare*, care nu mai au de obicei nici o legătură cu fenomenul fizic, ci adoptă un model pur matematic, care să se suprapună cât mai bine peste măsurătorile experimentale.

### 1.3.2. Modele pentru componente electronice pasive

Descrierea modelelor unor dispozitive electronice active în SPICE, se va face detaliat în capitolele 2, 3.

În schimb, iată modelele, sau relațiile constitutive ale componentelor pasive.

Relația constitutivă a unui rezistor este:

$$V_R = \text{valoare}_r \cdot I_R \quad (1.3)$$

unde constanta de proporționalitate *valoare\_r* este rezistența, exprimată în  $\Omega$  [ohmi],  $V_R$  este căderea de tensiune pe rezistor, exprimată în [Volți] iar  $I_R$  curentul care curge prin rezistor, exprimat în [Amperi]. Rezistența poate să fie pozitivă sau negativă dar nu poate fi nulă.

Linia de program SPICE pentru o rezistență de 2k $\Omega$  montată între nodurile 1 și 3 este:

```
R5 1 3 2k
```

În cazul descrierii unei rezistențe variabile – un potențiomtru – se definește valoarea maximă a potențiometrului într-o linie de comandă de tip “param”, alături de poziția inițială a cursorului menționând fracțiunea din maxim pe care o are rezistența variabilă inițial. Într-o linie ulterioară parametrul k ia diverse valori ce reprezintă fracțiuni din valoarea maximă a rezistenței, astfel:

```
.PARAM K=0.5, R=1MEG
.STEP PARAM K LIST 0.5 0.7 0.8 0.9
XP1 1 5 2
+POT PARAMS:KPOT={K} RPOT=1MEG
```

Linii de mai sus propun mai multe poziții pentru cursorul potențiometrului XP1, amplasat între nodurile 1, 5 și 2: 0.5·R<sub>Pot</sub>, 0.7·R<sub>Pot</sub>, 0.8·R<sub>Pot</sub>, 0.9·R<sub>Pot</sub>.

Relația constitutivă a unui condensator este:

$$i_C = \text{valoare}_C \cdot \frac{dv_C}{dt} \quad (1.4)$$

unde *valoare\_C* este capacitatea exprimată în [Farad] și reprezintă constanta de proporționalitate între curentul  $i_C$  care trece prin condensator și viteza de variație a tensiunii pe condensator,  $dv_C/dt$ . Parametrul IC este opțional și este utilizat pentru a specifica valoarea inițială  $v_{C0}$  (la  $t = 0$ ) a tensiunii pe condensator. Iată și o linie de program ce descrie o capacitate C<sub>ss</sub>, de valoare 2pF cuplată între bornele 15 și masă:

```
Css 15 0 2pF
```

Relația constitutivă a unei bobine este:

$$v_L = \text{valoare}_L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad (1.5)$$

unde *valoare\_l* este inductanța bobinei exprimată în [Henry] și reprezintă constanta de proporționalitate între tensiunea  $v_L$  la bornele bobinei și viteza de variație a curentului  $i_L$  care trece prin bobină. Iată și o linie de program ce descrie o inductanță L<sub>load</sub>, de valoare 12mH cuplată între bornele 15 și masă:

```
Lload 15 0 12mH
```

### 1.3.3. Analize posibile în SPICE

SPICE este un simulator de circuit de uz general, cu ajutorul căruia se pot efectua următoarele tipuri de analize:

- Analiza PSF prin linia de comandă (.OP)
- Analiza în curent continuu prin linia de comandă (.DC)
- Analiza în curent alternativ prin linia de comandă (.AC)
- Analiza de zgomot prin linia de comandă (.NOISE)
- Analiza sensibilității de curent continuu prin linia de comandă (.SENS)
- Analiza funcției de transfer de semnal mic prin linia de comandă (.TF)
- Analiza răspunsului tranzitoriu în timp prin linia de comandă (.TRAN)
- Analiza componentelor Fourier ale răspunsului tranzitoriu prin linia de comandă (.FOUR)
- Analiza de distorsiuni prin linia de comandă (.DISTO)

Există trei moduri extrem de utilizate în analiza SPICE: de c.c. (DC), tranzitorie (în domeniul timp) și de semnal mic de c.a. (AC). În cazul în care o definiție de sursă nu conține nici o altă informație cu excepția numelui și a nodurilor, programul ia în considerație o sursă de c.c. cu valoarea 0. Valoarea de c.c. a unei surse rămâne constantă în decursul unei analize tranzitorii dacă nu se specifică altfel. Iată în continuare două linii de program ce definesc mai întâi o sursă  $V_{CC}$  de tensiune continuă, apoi o sursă de tensiune alternativă  $V_S$  având frecvența 10MHz:

```
VCC 1 0 15V
VS 2 0 10mV AC 10M
```

Dacă se dorește o analiză în regim dinamic, în care frecvența să varieze decadic de la 10Hz la 100Mhz, linia de comandă este:

```
.AC DEC 10 1 100MEG
```

Pentru analiza de semnal mare în domeniul timp, programul SPICE are definite cinci tipuri de semnale dependente de timp, dintre care amintim:

- Sinusoidal (SIN)
- Formă de undă aproximată prin segmente de dreaptă (PWL – *Piecewise Linear Function*).

Formatul general al funcției sinusoidale pentru declarația sursei este:

```
SIN (VO VA <F <TD <THETA>>> )
```

unde: VO – componenta continuă; VA – amplitudinea; F – frecvența; TD – timpul de întârziere; THETA – factorul de amortizare. Componenta continuă și amplitudinea se specifică în mod obligatoriu, restul valorilor sunt opționale.

Declarația de sursă tip PWL este de forma:

```
PWL (t1 V1 <t2 V2 <t3 V3 ...>>)
```

Semnalul astfel descris este format din segmente de dreaptă care unesc punctele de coordonate  $(t_i, V_i)$ . Numărul de puncte nu este limitat. Coordonatele de timp sunt în ordine crescătoare. Iată un exemplu:

```
vcc+ 3 0 pwl(0 0 50u 0 100u 11 500u 7)
vcc- 4 0 pwl(0 0 50u 0 100u -11 500u -7)
.tran 1u 500u
```

Tensiunile  $V_{CC}$  sunt 0V la momentul 0s, sunt 0V la 50 $\mu$ s, sunt 11V la 100 $\mu$ s și sunt 7V la 500 $\mu$ s. Analiza tranzitorie se face pentru un interval de timp cuprins între 1 $\mu$ s și 500 $\mu$ s.

### 1.4. Parametri de model – extractoare de parametri

Toate modelele, fizice, empirice sau de fitare, ridică o problemă comună: *extragerea parametrilor de model*.

Îmbogățirea modelelor fundamentale ale componentelor microelectronice active s-a realizat prin adăugarea unor efecte fizice secundare pe principiul superpoziției. Astfel, au apărut diverse variante de SPICE: level 1, 2, 3,...2G6, tot mai complexe care se manifesta matematic prin modele din ce în ce mai complexe, conținând tot mai mulți *parametri de model*. Numărul tot mai mare de parametri de model aferenți, care necesita, fiecare în parte, stabilirea unei metode de extracție individuală, a reprezentat mereu o contra-forță de stopare a dezvoltării excesive a complexității modelelor.

Ca exemplu să considerăm modelul (1.1) al curentului printr-o diodă. Parametrii asociați modelului sunt curentul de saturație  $I_S$  și factorul de emisie  $n$ . Semnificația fizică a unor parametri de model empiric nu este imediată (ca în cazul parametrilor modelelor fizice - timpi de viață, lungimi de difuzie, etc). Evident dacă se adoptă alt model și parametri noului model pot fi alții.

Parametri de model pentru următoarea expresie a curentului printr-o joncțiune pn sunt parametri  $I_{od}$  și  $I_{ogr}$ , cu puternice conotații de model fizic:

$$I_A = I_{od} \left[ \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) - 1 \right] + I_{ogr} \left[ \exp\left(\frac{qV_A}{2kT}\right) - 1 \right] \quad (1.6)$$

Modelul (1.6) este de fapt modelul fizic pentru caracteristicile statice ale unei diode cu joncțiune pn, dedus și de către promotorii primelor dispozitive electronice, pe baza rezolvării ecuațiilor fizicii semiconductoarelor. Parametri globali  $I_{od}$ ,  $I_{ogr}$ , includ o serie de parametri fizici imediați – timpi de viață ai electronilor și gurilor, constante de difuzie – inaccesibili nouă ca utilizatori ai diodei.

De aceea este preferabil un model empiric de tipul (1.1), dar care ridică problema extracției parametrilor empirici  $I_S$  și  $n$  din caracteristicile electrice ale dispozitivului. Problema trebuie astfel înțeleasă: deținem dioda încapsulată 1N4148 cu două terminale și atât. Nu ne stă în putință să-i aflăm parametri intrinseci de material, dar ne stă în putință să măsurăm curbele curent-tensiune și, apoi cu metodele pe care le vom studia la capitolul 2-3, să putem extrage parametri empirici de model.

Să presupunem că o fabrică de componente electronice a scos pe piață de curand o noua dioda, precum 1N4148, însoțită de foi de catalog. Aceste foi de catalog conțin caracteristici experimentale, măsurate de fabricant pentru noile diode. Dacă adoptăm pentru calculul curentului prin diodă modelul (1.1) nu vom putea calcula  $I_A$  la  $V_A=0,7V$  dacă nu cunoaștem pentru noua diodă și parametrii  $I_S$  și  $n$ . De aceea, una dintre problemele principale pe care le ridică utilizarea programului SPICE este determinarea întregului set de parametri de model necesari pentru un nou dispozitiv, care trebuie simulat.

Iată în continuare pașii teoretici principali utilizați de la metode numerice, care sunt implementați în extractoarele standard de parametri. Ca exemplu este studiat cazul unei diode și al modelului empiric cel mai simplu, (1.1).

- Se desenează axele  $I_A-V_A$  ce definesc planul în care se notează atât punctele măsurate, cât și punctele calculate analitic cu modelul 1.1.
- Se fac măsurători sau se preiau din catalog valorile pentru curentul  $I_A$  care se instalează la diverse tensiuni  $V_A$  aplicate pe diodă.
- Se plasează cu un "x" punctele experimentale în planul  $I_A-V_A$ , ca în fig.1.4.
- Punctele experimentale pot arăta ca în tabelul 1.1.

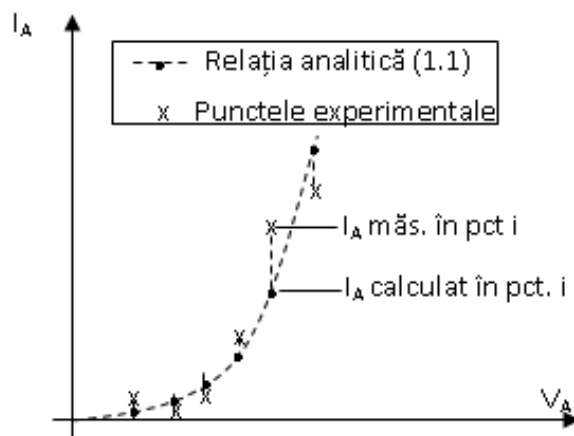


Figura.1.4. Caracteristica  $I_A$ - $V_A$  măsurată și experimentală pentru o diodă.

Tabelul 1.1.

Caracteristici statice măsurate la o diodă.

Nr. Crt., k al măsurătorii	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V_A$ (V)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$I_{A \text{ experim}}$ (..A)	1n	10n	200	3u	90u	0,3	2m	4m	5m

- Se adoptă un model de calcul  $I_A$ - $V_A$  (spre exemplu relația 1.1) și se determină parametrii acestui model ( $I_S$  și  $n$  în cazul nostru), astfel încât curba analitică să treacă “cât mai bine” printre punctele experimentale. Este binecunoscută metoda curbelor de regresie.
- Când se obține optimul, se rețin valorile parametrilor.

Reamintim în ce constă metoda curbelor de regresie din tehnicile de matematică discretă. Disponând de un set de date experimentale,  $I$ - $V$  și de un model matematic *impus*, ce descrie acel regim de funcționare, printr-o ecuație de tipul  $I=I(V, \text{parametri de model})$ , metoda curbelor de regresie constă în determinarea unor valori optime pentru parametrii de model astfel încât curba  $I(V, \text{parametri de model optimi})$  să se apropie cât mai mult de toate punctele experimentale  $I(V)$ .

Exprimarea calitativă “de apropiere cât mai bună” a fost transpusă într-o exprimare cantitativă alegând o funcție de eroare.

Cea mai naturală a fost *funcția de eroare absolută*, care exprimă distanța (“eroarea”) dintre  $I_{\text{analitic}}$  și  $I_{\text{măs}}$  în fiecare punct de măsură:

$$\Psi_a(I_S, n) = \sum_{k=1}^n |I_{A k \text{ mäs}} - I_{A k \text{ analit}}| \quad (1.7)$$

Distanța fiind o funcție modul are avantajul că evită o compensare a erorilor pozitive și a celor negative pentru  $k=1 \div n$ , care prin însumare ar duce la o funcție eroare minimă, chiar dacă datele experimentale ar fi în discordanță. Dezavantajele funcției de eroare absolută sunt legate pe de o parte de nederivabilitatea funcției modul și pe de altă parte de situația în care curentul  $I_A$  crește cu mai multe ordine de mărime. În acest caz, termenii de eroare din zona curenților mici (de exemplu dacă  $|I_{A k \text{ analit}} - I_{A k \text{ mäs}}| = 10\text{nA}$ ), sunt practic neglijabili prin însumare cu termenii din zona curenților mari (când de exemplu am putea avea  $|I_{A k \text{ analit}} - I_{A k \text{ mäs}}| = 1\text{mA}$ ), iar optimizarea are loc de fapt doar în zona curenților mari. Evitarea acestui neajuns se face prin utilizarea *funcției de eroare relativă*:



$$\Psi_r(I_S, n) = \sum_{k=1}^n \left( \frac{I_{A k \text{ mas}} - I_{A k \text{ analit}}}{I_{A k \text{ mas}}} \right)^2 \quad (1.8)$$

care conține în esență, o normalizare la valoarea măsurată.

În cazul în care există o dependență de tip exponențial curent-tensiune, se mai poate alege și o funcție de eroare logaritmică, pentru minimizare:

$$\Psi_1(I_S, n) = \sum_{k=1}^n (\lg|I_{A k \text{ analit}}| - \lg|I_{A k \text{ mas}}|)^2 \quad (1.9)$$

Pentru a pune o *condiție globală* de apropiere a punctelor  $I_{k \text{ analit}}$  de  $I_{k \text{ mas}}$  în toate punctele  $k$  de măsură, există mai multe posibilități. Unul dintre criterii a fost să se puna condiția ca suma erorilor absolute, relative, logaritmice sau de alt gen, să fie minimă în toate punctele de măsură. Aceste funcții au avantajul că pot fi derivate ușor pentru a li se afla punctele de minim. Dar nu este singurul criteriu de alegere al funcției eroare. Puteam pune spre exemplu condiția ca eroarea relativă în fiecare punct de măsură să nu depășească un prag dat, de exemplu de 0,01%:

$$\Psi_R(I_S, n) = \max_{1 < k < n} \left( \frac{I_{A k \text{ mas}} - I_{A k \text{ analit}}}{I_{A k \text{ mas}}} \right)^2 < 0,01\% \quad (1.10)$$

O astfel de funcție eroare nu poate fi minimizată prin derivare, de aceea este evitată.

Dacă se pune condiția ca suma tuturor distanțelor la pătrat dintre  $I_A$  măsurat și  $I_A$  calculat, în toate punctele, să fie minimă, adică:

$$\Psi(I_S, n) = \sum_{k=1}^n (I_{A k \text{ mas}} - I_{A k \text{ analit}})^2 \quad (1.11)$$

avem un caz particular al curbelor de regresie, numit “metoda celor mai mici pătrate”. Suma din relația (1.11) pentru un set de măsurători, cum este cel din tabelul 1.1, este o funcție doar de variabilele  $I_S$  și  $n$ , adică exact de parametrii noștri de model pe care vrem să-i aflăm:

$$\Psi(I_S, n) = \left\{ I_S \left[ \exp\left(\frac{0,1V}{n \cdot 0.025V}\right) - 1 \right] - \ln A \right\}^2 + \left\{ I_S \left[ \exp\left(\frac{0,2V}{n \cdot 0.025V}\right) - 1 \right] - 10nA \right\}^2 + \dots \quad (1.12)$$

Se poate ridica următoarea întrebare - pentru mai multă simplitate, se putea alege ca funcția eroare minimă să arate astfel:

$$\Psi(I_S, n) = \sum_{k=1}^n (I_{A k \text{ mas}} - I_{A k \text{ analit}}) \quad (1.13)$$

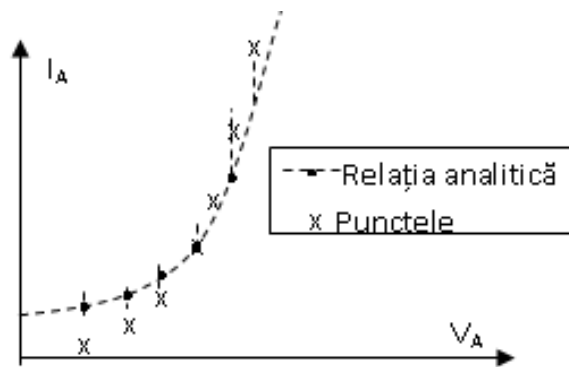


Figura.1.5. Un posibil model analitic suprapus peste unul măsurat experimental.

Daca se studiaza graficul din fig. 1.5 și se calculeaza funcția eroare cu expresia (1.13) pentru măsurătorile reprezentate în această figură, este posibil ca eroarea sa dea aproape zero, intrucat diferentele negative compenseaza pe cele pozitive.

Pentru a înțelege mai ușor algoritmul de minimizare pentru funcția (1.12) să calculăm parametrii  $I_s$  și  $n$ , pentru trei puncte  $I_A$ - $V_A$  experimentale luate din tabelul 1.1, cu condiția de minimizare a funcției (1.12).

Condițiile de minimizare ale funcțiilor de două sau mai multe variabile admitem drept criteriul de aflare a minimumului unei funcții de 2 variabile, urmatorul algoritm:

1) Se rezolvă sistemul:

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial I_s} = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \end{cases} \quad \text{cu soluțiile } (I_s, n)_j \quad (1.14)$$

2) Dintre soluțiile  $(I_s, n)_j$ , doar acelea sunt puncte de minim pentru funcția  $\psi$ , care îndeplinesc condițiile:

$$\begin{cases} \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial I_s^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2} - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial I_s \partial n} \right)^2 \right]_{(I_s, n)_j} > 0 \\ \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial I_s^2} \right|_{(I_s, n)_j} > 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2} \right|_{(I_s, n)_j} > 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

Aflarea printr-una dintre metodele numerice, a soluției  $(I_s, n)_j$  pentru care funcția de eroare  $\psi$  este minimă, se numește metoda *Levenberg Marquardt* sau *metoda gradientului*. Metoda constă în crearea unei diviziuni foarte fine în spațiul parametrilor  $I_s$  și  $n$  și apoi evoluarea cu pași mici  $\Delta I_s$ ,  $\Delta n$  în direcția în care gradientul lui  $\psi$  tinde spre zero.

Imperfecțiunea acestei metode constă în aceea că programul poate cădea într-un minim secundar, în care de asemenea grad  $\psi = 0$  și reținerea parametrilor de model pentru acest minim. De aceea problema optimizării extracției de parametri continua si astazi.

PARTS este un subprogram al SPICE-ului specializat în extragerea parametrilor de model pentru componente noi. Trebuie înțeles faptul că în timpul rulării, modelele rămân neschimbate, dar parametri de model diferă de la o diodă la alta. PARTS apelează la metodele curbilor de regresie și minimizarea funcției  $\Psi(I_s, n, \dots)$  o rezolvă numeric. Similar pentru celelalte dispozitive electronice.

Ca orice program pe calculator, PARTS inițializează parametrii  $I_s, n, \dots$  cu niște valori foarte probabile. Apoi prin proceduri repetitive variaza parametrii în direcția în care constată micșorarea valorii funcției  $\Psi(I_s, n, \dots)$ . La sfârșit, afișează pe ecran în cutia "Model Parameters", valorile extrase pentru parametri.

În final, reuniunea parametrilor de model extrași pe parcursul tuturor ecranelor, intră în librăria SPICE-ului sub forma unui fișier de tipul <nume dispozitiv>.mod.